Probeklausur (Einführung in die Semantik)

Aufgabe 1:

Betrachte die folgenden L_{PT}-Formeln:

(i) $\mathbf{FH}\forall x(F(x) \rightarrow G(x))$
(ii) $\mathbf{P}\neg\mathbf{F}\exists x(F(x) \wedge G(x))$
(iii) $\forall x(F(x) \vee G(x))$

(a) Berechne den semantischen Wert der drei Formeln relativ zu einer Modellstruktur M, einem Zeitpunkt t und einer Belegung h.

(b) Zeige, dass die Formelmenge $\Gamma = \{(i), (ii), (ii)\}$ semantisch konsistent (simultan erfüllbar) ist.

Aufgabe 2:

Gegeben sind die folgenden L_{PT}-Formeln.
(i) $\mathbf{FG}(p \wedge \neg p)$
(ii) $\mathbf{F}(\mathbf{G}p \wedge \mathbf{G}\neg p)$

Beschreibe für jede der Formeln, welche Eigenschaften die Modellstruktur haben muss, um die Formel (relativ zu einem gegebenen Zeitpunkt t) wahr zu machen.

Aufgabe 3:

Gegeben ist der folgende Satz:

Jede kollektive Seminararbeit ist inakzeptabel.

(a) Gib eine Übersetzung des Satzes in die Prädikatenlogik 1. Stufe an, mit **kollektiv'**, **Seminararbeit'** und **inakzeptabel'** als einstelligen Prädikatausdrücken (Prädikate können abgekürzt werden).

(b) Übersetze den Satz in eine Formel der (extensionalen) Typtheorie, mit **jede'**, **kollektiv'**, **Seminararbeit'** und **inakzeptabel'** als nichtlogischen Konstanten geeigneten Typs. Gib die syntaktische Typanalyse ("Typenbaum") der resultierenden Formel an.

(c) Gib für die folgenden Ausdrücke komplexe Lexikoneinträge an (Ausdruck der extensionalen Typtheorie, ggf. mit zusätzlichen Operatoren):
- *jede*
- *kollektiv* (etwas, zu dem mehr als eine Person einen Beitrag geleistet hat; mit **beitragen-zu'**)
- *Seminararbeit* (eine Arbeit, die Teil eines Seminars ist; mit **Arbeit'**, **Teil-von'** und **Seminar'**)
- *inakzeptabel* (mit **akzeptieren'** und geeignetem Modaloperator)

(d) Gib die typtheoretischen Übersetzungen des Satzes mit den Übersetzungen aus (c) an und vereinfache durch λ-Konversion so weit wie möglich!
Hinweis: Man kann zunächst den Gesamtausdruck hinschreiben und dann reduzieren, oder Teilausdrücke nach und nach zusammenfügen und sofort vereinfachen.

Aufgabe 4:

Im folgenden werden an Symbolen verwendet:

$a \in Con_e$ $\quad F \in Con_{<e,t>}$
$\mathbf{Q} \in Con_{<<e,t>,t>}$ $\quad S \in Con_{<<e,t>,<e,t>>}$
$x \in Var_e$ $\quad G \in Var_{<e,t>}$

(a) Stelle fest, welche der obigen Ausdrücke wohlgeformte Ausdrücke von $\mathbf{L}_{\lambda\mathbf{MT}}$ sind, und bestimme den Typ der wohlgeformten Ausdrücke (Typenbaum angeben).

(b) Reduziere die Ausdrücke so weit wie möglich; begründe ggf., warum keine komplette Reduktion möglich ist.

(i) $\lambda x[F(x)](\mathbf{Q})$ $\quad$ (ii) $Q(\lambda x[F(x)])$
(iii) $\lambda x[\Diamond F(x)](a)$ $\quad$ (iv) $\lambda G[S(\lambda x[F(x)])(a) \vee \mathbf{Q}(G)](F)$

Aufgabe 5:

Der Satz

Sometimes every student works

kann im Montague-Fragment der Vorlesung auf zwei verschiedene Weisen syntaktisch analysiert werden. Den beiden syntaktischen Analysen entsprechen zwei Lesarten des Satzes.

(a) Gib die beiden syntaktischen Analysen des Satzes an (***every***, ***student***, ***work*** sind wie im Fragment kategorisiert; Kategorie von ***sometimes*** ?)

(b) Berechne die Übersetzungen der beiden Analysevarianten, und reduziere im Lauf der Übersetzung so weit wie möglich. Verwende dabei die folgenden typtheoretischen Übersetzungen der lexikalischen Ausdrücke:

student $\Rightarrow$ **student'**

work $\Rightarrow$ **work'**

every $\Rightarrow$ $\lambda F\lambda G[\forall x(\check{}F(x) \rightarrow \check{}G(x))]$

sometimes $\Rightarrow$ $\lambda p[\mathbf{P}\check{}p \vee \mathbf{F}\check{}p \vee \check{}p]$