

# Probeklausur (Einführung in die Semantik)

## Aufgabe 1:

Betrachte die folgenden  $L_{PT}$ -Formeln:

- (i)  $\mathbf{FH}\forall x(F(x) \rightarrow G(x))$
- (ii)  $\mathbf{P}\neg\mathbf{F}\exists x(F(x) \wedge G(x))$
- (iii)  $\forall x(F(x) \vee G(x))$

(a) Berechne den semantischen Wert der drei Formeln relativ zu einer Modellstruktur  $M$ , einem Zeitpunkt  $t$  und einer Belegung  $h$ .

(b) Zeige, dass die Formelmengemenge  $\Gamma = \{(i), (ii), (iii)\}$  semantisch konsistent (simultan erfüllbar) ist.

## Aufgabe 2:

Gegeben sind die folgenden  $L_{PT}$ -Formeln.

- (i)  $\mathbf{FG}(p \wedge \neg p)$
- (ii)  $\mathbf{F}(Gp \wedge G\neg p)$

Beschreibe für jede der Formeln, welche Eigenschaften die Modellstruktur haben muss, um die Formel (relativ zu einem gegebenen Zeitpunkt  $t$ ) wahr zu machen.

## Aufgabe 3:

Gegeben ist der folgende Satz:

*Jede kollektive Seminararbeit ist inakzeptabel.*

- (a) Gib eine Übersetzung des Satzes in die Prädikatenlogik 1. Stufe an, mit **kollektiv'**, **Seminararbeit'** und **inakzeptabel'** als einstelligem Prädikatausdrücken (Prädikate können abgekürzt werden).
- (b) Übersetze den Satz in eine Formel der (extensionalen) Typtheorie, mit **jede'**, **kollektiv'**, **Seminararbeit'** und **inakzeptabel'** als nichtlogischen Konstanten geeigneten Typs. Gib die syntaktische Typanalyse ("Typenbaum") der resultierenden Formel an.
- (c) Gib für die folgenden Ausdrücke komplexe Lexikoneinträge an (Ausdruck der extensionalen Typtheorie, ggf. mit zusätzlichen Operatoren):
  - *jede*
  - *kollektiv* (etwas, zu dem mehr als eine Person einen Beitrag geleistet hat; mit **beitragen-zu'**)
  - *Seminararbeit* (eine Arbeit, die Teil eines Seminars ist; mit **Arbeit'**, **Teil-von'** und **Seminar'**)
  - *inakzeptabel* (mit **akzeptieren'** und geeignetem Modaloperator)

- (d) Gib die typtheoretischen Übersetzungen des Satzes mit den Übersetzungen aus (c) an und vereinfache durch  $\lambda$ -Konversion so weit wie möglich!  
Hinweis: Man kann zunächst den Gesamtausdruck hinschreiben und dann reduzieren, oder Teilausdrücke nach und nach zusammenfügen und sofort vereinfachen.

## Aufgabe 4:

Im folgenden werden an Symbolen verwendet:

$$\begin{array}{ll} a \in \text{Con}_e & F \in \text{Con}_{\langle e, t \rangle} \\ \mathbf{Q} \in \text{Con}_{\langle \langle e, t \rangle, t \rangle} & S \in \text{Con}_{\langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle} \\ x \in \text{Var}_e & G \in \text{Var}_{\langle e, t \rangle} \end{array}$$

(a) Stelle fest, welche der obigen Ausdrücke wohlgeformte Ausdrücke von  $L_{\lambda MT}$  sind, und bestimme den Typ der wohlgeformten Ausdrücke (Typenbaum angeben).

(b) Reduziere die Ausdrücke so weit wie möglich; begründe ggf., warum keine komplette Reduktion möglich ist.

- (i)  $\lambda x[F(x)](\mathbf{Q})$
- (ii)  $\mathbf{Q}(\lambda x[F(x)])$
- (iii)  $\lambda x[\diamond F(x)](a)$
- (iv)  $\lambda G[S(\lambda x[F(x)])(a) \vee \mathbf{Q}(G)](F)$

## Aufgabe 5:

Der Satz

*Sometimes every student works*

kann im Montague-Fragment der Vorlesung auf zwei verschiedene Weisen syntaktisch analysiert werden. Den beiden syntaktischen Analysen entsprechen zwei Lesarten des Satzes.

- (a) Gib die beiden syntaktischen Analysen des Satzes an (*every*, *student*, *work* sind wie im Fragment kategorisiert; Kategorie von *sometimes* ?)
- (b) Berechne die Übersetzungen der beiden Analysevarianten, und reduziere im Lauf der Übersetzung so weit wie möglich. Verwende dabei die folgenden typtheoretischen Übersetzungen der lexikalischen Ausdrücke:

$$\textit{student} \Rightarrow \textit{student}'$$

$$\textit{work} \Rightarrow \textit{work}'$$

$$\textit{every} \Rightarrow \lambda F \lambda G [\forall x (\sim F(x) \rightarrow \sim G(x))]$$

$$\textit{sometimes} \Rightarrow \lambda p [\mathbf{P}\sim p \vee \mathbf{F}\sim p \vee \sim p]$$