Zeigen Sie durch Konstruktion einer Derivation in $S_{PL1=}$, dass folgende Aussagen wahr sind.

a) Ableitungen

1. (∀x)[Px & Qx] ⊢ (∀x)Px & (∀x)Qx
2. (∀x)Px & (∀x)Qx ⊢ (∀x)[Px & Qx]
3. (∀x)(∀y)Pxy ⊢ (∀y)(∀x)Pxy
4. (∃x)(∀y)Pxy ⊢ (∀y)(∃x)Pxy
5. (∀x)~Px ⊢ (∃x)[Px ⊃ Qx]
6. (∃x)(∀y)[Px ⊃ Qy] ⊢ (∀x)Px ⊃ (∀y)Qy
7. (∀x)Px ⊃ (∀y)Qy ⊢ (∃x)(∀y)[Px ⊃ Qy]
8. (∀x)(∃y)[Px ⊃ Qy] ⊢ (∃x)Px ⊃ (∃y)Qy
9. (∃x)[Px ∨ Qx] ⊢ (∃x)Px ∨ (∃x)Qx
10. (∃x)Px ∨ (∃x)Qx ⊢ (∃x)[Px ∨ Qx]
11. (∀x)[Px ∨ Qx] ⊢ (∀x)Px ∨ (∃x)Qx
12. Pa ⊢ (∃x)[x=a & Px]
13. (∀x)[Px ≡ x=a] ⊢ Pa
14. (∀x)Px ⊢ (∃x)[Px & (Qx ⊃ (∀x)Qx)]
15. (∃x)[Px & Qx] ⊢ (∃x)Px & (∃x)Qx

b) Beweise:

16. ⊢ ~(∃x)Px ⊃ (∀x)[Px ⊃ Qx]
17. ⊢ (∀x)Px ∨ (∃x)~Px
18. ⊢ (∀x)[Px ≡ (∃y)[x=y & Py]]
19. ⊢ Pa ≡ (∀x)[x=a ⊃ Px]
20. ⊢ (∀x)(∃y)Pxy ∨ (∃x)(∀y)~Pxy