Zeigen Sie durch Konstruktion einer Derivation in S$_{AL}$, dass folgende Aussagen wahr sind.

a) Ableitungen

1.   P ⊃ (Q ⊃ R) ⊢ Q ⊃ (P ⊃ R)

2.   P ⊃ (P ⊃ Q) ⊢ P ⊃ Q

3.   (P ⊃ Q) ⊃ (P ⊃ R), Q ⊢ P ⊃ R

4.   P ⊃ (Q ⊃ ~P), P ⊃ Q ⊢ ~P

5.   (P ⊃ Q) ⊃ (Q ⊃ R), Q ⊢ Q ⊃ R

6.   P ⊃ (Q ⊃ ~P) ⊢ Q ⊃ ~P

7.   ~P ⊃ ~Q ⊢ Q ⊃ P

8.   ~~P, Q ⊃ ~P ⊢ ~(P ⊃ Q)

9.   ~(P & ~Q) ⊢ P ⊃ Q

10. P ⊃ (R & S), Q ⊃ (~R & ~S) ⊢ ~(P & Q)

11. P ∨ Q , P ⊃ R , Q ⊃ S ⊢ R ∨ S

12. P ⊃ Q , ~(Q ∨ R) ⊢ ~(P ∨ R)

13. (P ∨ Q) & R ⊢ (P & R) ∨ Q

14. (P ⊃ Q) ⊃ (R ∨ S) ⊢ ~S ⊃ (R ∨ P)

15. (P ⊃ Q) ⊃ Q , Q ⊃ ~Q ⊢ P

b) Beweise:

16. ⊢ P ∨ (P ⊃ Q)

17. ⊢ (Q ∨ Q) ⊃ Q

18. ⊢ (P ⊃ Q) ≡ (~P ∨ Q)

19. ⊢ (P ∨ Q) ≡ ~(~P & ~Q)

20. ⊢ ((P ⊃ Q) ⊃ P) ⊃ P