Aussagenlogische Äquivalenzen

1. Doppelte Negation:

(a) $\sim\sim A$ ist äquivalent mit A

2. De Morgan´sche Gesetze:

(a) $\sim(A \vee B)$ ist äquivalent mit $\sim A \mathbin{\&} \sim B$

(b) $\sim(A \mathbin{\&} B)$ ist äquivalent mit $\sim A \vee \sim B$

3. Äquivalenz von Konnektiven:

(a) $A \vee B$ ist äquivalent mit $\sim A \supset B$

(b) $A \supset B$ ist äquivalent mit $\sim A \vee B$

(c) $A \mathbin{\&} B$ ist äquivalent mit $\sim(A \supset \sim B)$

(d) $A \supset B$ ist äquivalent mit $\sim(A \mathbin{\&} \sim B)$

(e) $A \supset (B \supset C)$ ist äquivalent mit $(A \mathbin{\&} B) \supset C$

(f) $A \equiv B$ ist äquivalent mit $(A \supset B) \mathbin{\&} (B \supset A)$

4. Kontraposition:

(a) $A \supset B$ ist äquivalent mit $\sim B \supset \sim A$

(b) $\sim A \supset B$ ist äquivalent mit $\sim B \supset A$

(c) $A \supset \sim B$ ist äquivalent mit $B \supset \sim A$

5.Kommutativität:

(a) $A \vee B$ ist äquivalent mit $B \vee A$

(b) $A \mathbin{\&} B$ ist äquivalent mit $B \mathbin{\&} A$

(c) $A \equiv B$ ist äquivalent mit $B \equiv A$

6. Assoziativität:

(a) $A \vee (B \vee C)$ ist äquivalent mit $(A \vee B) \vee C$

(b) $A \mathbin{\&} (B \mathbin{\&} C)$ ist äquivalent mit $(A \mathbin{\&} B) \mathbin{\&} C$

(a) $A \equiv (B \equiv C)$ ist äquivalent mit $(A \equiv B) \equiv C$

7. Distributivität:

(a) $A \vee (B \mathbin{\&} C)$ ist äquivalent mit $(A \vee B) \mathbin{\&} (A \vee C)$

(b) $A \mathbin{\&} (B \vee C)$ ist äquivalent mit $(A \mathbin{\&} B) \vee (A \mathbin{\&} C)$

(c) $A \supset (B \mathbin{\&} C)$ ist äquivalent mit $(A \supset B) \mathbin{\&} (A \supset C)$

(d) $A \supset (B \vee C)$ ist äquivalent mit $(A \supset B) \vee (A \supset C)$

(e) $(A \vee B) \supset C$ ist äquivalent mit $(A \supset C) \mathbin{\&} (B \supset C)$

(f) $(A \mathbin{\&} B) \supset C$ ist äquivalent mit $(A \supset C) \vee (B \supset C)$

8. Absorption:

(a) $A \vee (A \,\&\, B)$ ist äquivalent mit A

(b) $A \,\&\, (A \vee B)$ ist äquivalent mit A

9. Verum und Falsum:

(a) $A \,\&\, (B \vee {\sim}B)$ ist äquivalent mit A

(b) $A \vee (B \,\&\, {\sim}B)$ ist äquivalent mit A

(c) $A \vee (B \vee {\sim}B)$ ist äquivalent mit $B \vee {\sim}B$

(d) $A \,\&\, (B \,\&\, {\sim}B)$ ist äquivalent mit $B \,\&\, {\sim}B$

10. Idempotenz:

(a) $A \vee A$ ist äquivalent mit A

(a) $A \,\&\, A$ ist äquivalent mit A

Prädikatenlogische Äquivalenzen und Implikationen

1. Quantoren und Negation:

(a) $\sim(\forall x)A^x/_u$ ist äquivalent mit $(\exists x){\sim}A^x/_u$

(b) $\sim(\exists x)A^x/_u$ ist äquivalent mit $(\forall x){\sim}A^x/_u$

(c) $(\exists x)A^x/_u$ ist äquivalent mit $\sim(\forall x){\sim}A^x/_u$

(d) $(\forall x)A^x/_u$ ist äquivalent mit $\sim(\exists x){\sim}A^x/_u$

2. Quantoren und Quantoren:

(e) $(\forall x)(\forall y)A^x/_u{}^y/_v$ ist äquivalent mit $(\forall y)(\forall x)A^x/_u{}^y/_v$

(f) $(\exists x)(\exists y)A^x/_u{}^y/_v$ ist äquivalent mit $(\exists y)(\exists x)A^x/_u{}^y/_v$

(g) $(\exists x)(\forall y)A^x/_u{}^y/_v$ impliziert logisch $(\forall y)(\exists x)A^x/_u{}^y/_v$

3. Quantoren und Konnektive:

(h) $(\forall x)[A^x/_u \,\&\, B^x/_u]$ ist äquivalent mit
$(\forall x)A^x/_u \,\&\, (\forall x)B^x/_u$

(i) $(\exists x)[A^x/_u \vee B^x/_u]$ ist äquivalent mit
$(\exists x)A^x/_u \vee (\exists x)B^x/_u$

(j) $(\forall x)A^x/_u \vee (\forall x)B^x/_u$ impliziert logisch
$(\forall x)[A^x/_u \vee B^x/_u]$

(k) $(\exists x)[A^x/_u \,\&\, Bx/u\ ]$ impliziert logisch
$(\exists x)A^x/_u \,\&\, (\exists x)B^x/_u$

(l) $(\forall x)[A^x/_u \,\&\, B]$ ist äquivalent mit $(\forall x)A^x/_u \,\&\, B$

(m) $(\forall x)[A^x/_u \vee B]$ ist äquivalent mit $(\forall x)A^x/_u \vee B$

(n) $(\exists x)[A^x/_u \,\&\, B]$ ist äquivalent mit $(\exists x)A^x/_u \,\&\, B$

(o) $(\exists x)[A^x/_u \vee B]$ ist äquivalent mit $(\exists x)A^x/_u \vee B$

(p) $(\forall x)[A^x/_u \supset B]$ ist äquivalent mit $(\exists x)A^x/_u \supset B$

(q) $(\exists x)[A^x/_u \supset B]$ ist äquivalent mit $(\forall x)A^x/_u \supset B$

(r) $(\forall x)[B \supset A^x/_u]$ ist äquivalent mit $B \supset (\forall x)A^x/_u$

(s) $(\exists x)[B \supset A^x/_u]$ ist äquivalent mit $B \supset (\exists x)A^x/_u$