

1. Formalisieren Sie folgende Sätze in PL1=. Verwenden Sie dabei das angegebene Wörterbuch.

Luv: u liebt v a: Anton b: Berta

- a) *Wer einen anderen liebt, liebt auch sich selbst.*
- b) *Wenn jemand Anton liebt, dann Berta.*
- c) *Anton liebt nur sich selbst.*

2. Welche der folgenden Zeichenketten sind Formeln der PL1=?

- a) $(\exists y)Rxuw$
- b) $(\exists x)[(\forall u)Qxu \ \& \ \sim Px]$
- c) $(\forall x)[(\exists y)Rxy \vee Ryax]$
- d) $\sim\sim\sim(\forall z)[Qab \vee \sim\sim\sim Pz]$

3. Geben Sie für die Formel $(\forall x)[(\exists y)Qxy \supset Px]$ den entsprechenden Syntaxbaum an.

4. Instanzen und Quantifizierungen. Ist ...

- a) Daa eine Instanz von $(\exists y)Day$?
- b) $Ha \supset Mb$ eine Instanz von $(\forall x)[Hx \supset Mx]$?
- c) $(\exists y)[Ha \supset Mb]$ eine existentielle Quantifizierung von $Ha \supset Mb$?
- d) $(\forall z)(\forall y)[Ryy \supset Bzz]$ eine universelle Quantifizierung von $(\forall y)[Ruy \supset Buu]$

5. Kurzfragen zur Semantik der PL1.

- a) Eine Diskurswelt D kann nicht überabzählbar unendlich sein.
- b) Sei Q ein 2-stelliger Prädikatsparameter und $D = \{1, 2\}$. Wieviele verschiedene Belegungen über D gibt es bezüglich Q?
- c) Sei $D=\{1,2\}$ und V die folgende Belegung über D, wobei P ein 1-stelliger und Q ein 2-stelliger Prädikatsparameter ist:

	a	b	c	...	u	v	w	...	P	Q	...
V:	1	2	2		2	1	2		{1}	\emptyset	
V^2/v :											

- d) Was ist dann V^2/v ? (Ergebnis bitte in die Tabelle eintragen)
- e) Was ist der Wahrheitswert der Formel Pa unter V?
 $V(Pa) = \dots\dots\dots$
- f) Was ist der Wahrheitswert der Formel $\sim(\exists x)Px$ unter V?
 $V(\sim(\exists x)Px) = \dots\dots\dots$
- g) Könnte $V(P) = \{1, 3\}$ sein?
- h) Seien u und v zwei Individuenparameter. Wenn $u \neq v$, dann $V(u) \neq V(v)$.

6. Annotieren Sie (geben Sie Rechtfertigungen für jede Zeile) folgende Derivation in $S_{PL1=}$.

1	$(\exists y) [Fy \ \& \ (\forall x)[Mx \supset Lxy]$
2	u Mu
3	v $Fv \ \& \ (\forall x)[Mx \supset Lxv]$
4	Fv
5	$(\forall x)[Mx \supset Lxv]$
6	$Mu \supset Luv$
7	Luv
8	$Fv \ \& \ Luv$
9	$(\exists y)[Fy \ \& \ Luy]$
10	$(\exists y)[Fy \ \& \ Luy]$
11	$Mu \supset (\exists y)[Fy \ \& \ Luy]$
12	$(\forall x)[Mx \supset (\exists y)[Fy \ \& \ Lxy]]$

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

7. Bearbeiten Sie eine der beiden Aufgaben: Zeigen Sie durch Konstruktion einer Ableitung in S_{AL} bzw $S_{PL1=}$, dass

a) $(\exists x)[\sim x = a \ \& \ Px] \vdash (\exists x)(\exists z)[\sim x=z \ \& \ Px]$

b) $(P \ \& \ \sim\sim Q) \supset R \vdash P \supset (Q \supset R)$

8. Bonusaufgabe