

1. Kurzfragen zur Mengenlehre

a) Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\{2\} \in \{1, 2, 3\}$ | <input type="checkbox"/> $\emptyset \in \mathcal{P}(\{\emptyset\})$ |
| <input type="checkbox"/> $\{2\} \cup \{1\} \in \{\{1, 2\}, 1\}$ | <input type="checkbox"/> der Morgenstern $\in \{\text{Saturn}, \text{Venus}\}$ |
| <input type="checkbox"/> $\{2\} \cap \{1, 2\} \subseteq \{\{1, 2\}, 1\}$ | <input type="checkbox"/> $\{\text{der Morgenstern}, \text{Venus}\} \subset \{\text{Saturn}, \text{Venus}\}$ |

b) Sei f die Funktion $f(x) = 2x$ und g die Funktion $g(x) = x^2$, wobei $f, g \in \mathbb{N}$. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> $\langle 2, 4 \rangle \in f$ | <input type="checkbox"/> g ist eine Injektion |
| <input type="checkbox"/> $\langle 2, 4 \rangle \in g$ | <input type="checkbox"/> g ist eine Bijektion |
| <input type="checkbox"/> $\langle 3, 9 \rangle \in f$ | <input type="checkbox"/> g ist eine Surjektion |

2. Formalisieren Sie folgende Sätze in AL. Verwenden Sie dabei das angegebene Wörterbuch.

K: Karl läuft L: Ludwig läuft M: Maria läuft
 W: Das Wetter ist gut F: Karl ist gut in Form

- Karl läuft nur, wenn einer der anderen läuft
- Wenn Karl gut in Form ist, dann läuft er, vorausgesetzt Maria läuft auch.
- Ludwig läuft dann, und nur dann, wenn keiner der beiden anderen läuft und das Wetter gut ist.

3. Kurzfragen zur Semantik der AL: Sei A eine AL-wahre und B eine AL-falsche Formel. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- $\{A\} \models B$
- $\{B\} \models A$
- $\{A, B\} \models B$
- $\{A, B\}$ ist simultan erfüllbar

4. Bestimmen Sie mit der vollständigen Wahrheitstafelmethode, ob

$$I \supset (J \vee K), (J \& K) \supset \sim I / \therefore I \supset K$$

ein AL-gültiges Argument ist.

5. Bestimmen Sie mit der Baum-Methode („sematische Bäume“), ob $(P \& Q) \supset R$ und $P \vee \sim(R \& \sim Q)$ AL-äquivalent sind.

6. Beweisen Sie folgendes semantische Meta-Theorem:

Wenn eine Formel A AL-wahr ist, dann $\Gamma \models A$ für jede Menge Γ .

7. Bonusaufgabe