Musterlösung Übung 1

Formale Grammatiken

1. Schreiben Sie eine Grammatik für die Sprache a^m b c^n d^m ($m, n \geq 1$). Ordnen Sie die Sprache auf der Chomsky-Hierarchie ein und begründen Sie, warum (a) eine Grammatik dieses Typs ausreichend ist, und (b) mindestends eine Grammatik dieses Typs erforderlich ist.

   Lösung:

   S –>a S d
   S –> a b C d
   C –> c C
   C –> c

   Es handelt sich um eine kontextfreie Grammatik (Grammatik Type 2)
   (a) Die oben stehende Grammatik ist kontextfrei und beschreibt die Sprache.
   (b) Eine reguläre Grammatik könnte die Sprache nicht beschreiben, weil am Ende der Ausdrück genau so viele d's stehen müssen wie am Anfang a's, das kann nur dann erreicht werden wenn die terminale Symbolen a und d links und rechts von einem nicht-terminale Symbol stehen.

2. Überlegen Sie, ob folgende Sprache vom gleichen Typ sind ($m, n \geq 1$):

   (a) a^m b^n c^m d^n
   (b) a^m b c^n d
   (c) a^m b^n a^n b^m

   Ordnen Sie die Sprachen jeweils auf der Chomsky-Hierarchie ein.

   Lösung:

   Die Sprache sind von unterschiedliche Typen:
   (a) ist kontextsensitiv (Type 1): die von einander abhängliche Elementen (Anzahl a und c, und Anzahl b und d) überkreuzen.
   (b) ist regulär (Type 3): sehe unten stehende Grammatik
   (c) ist kontextfrei (sehe Erklährung 1(b) und unten stehende Grammatik)

(**Bonus:** Schreiben Sie eine Grammatik für die drei Sprache)

Lösung:

(a) a^m b^n c^m d^n

S –> a B C Z
B –> aBC | bXD | b (Resultat: a^m bXD C^m Z oder a^m b C^m Z)
DC –> CD (Wechselt Position CD)
DZ –> Zd (Wann D alle Cs passiert ist, wird es hinter Z als kleine d geschrieben)
XC –> bXDC | b (Produziert b^n und n-1 Ds)
bC –> bc (Wann's keine neue bs (und Ds) mehr gibt, wird C zum terminal Symbol geschrieben)
cC –> cc (schreibt übrige Cs zum terminal Symbol c)
cZ –> cd (Von a^m b^n c^m Z d^{n-1} zu a^m b^n c^m d^n)

(b) a^m b c^n d

S –> a A
A –> a A | b C (Produziert a^m b C)
C –> c C | c d (Produziert c^n d)

(c) a^m b^n a^n b^m

S –> a S b | a B b (Produziert a^m B b^m)
B –> b B a | b a (Produziert b^n a^n)

3. (a) Erweitern Sie die Grammatik so, daß auch folgende Sätze abgedeckt werden (Kongruenz):

    (4) Ich schlafe.

    (5) Du legst den Stock auf den Tisch.

    Achten Sie darauf, daß die Grammatik nicht übergeneriert. D.h. schließen Sie (u.a.) folgende Sätze aus:

    (6) Ich schläft.

    (7) Du lege den Stock auf den Tisch.

    Lösung:

    (Einfache Variante, nur die Sätze (4) und (5) werden hinzugefügt):

    S –> NP1 Vi1
    S –> NP2 Vd2

NP1 –> ich
NP2 –> du

Vi1 –> schlafe
Vd2 –> legst

(Ausführliche Variante: erste und zweite Person nominativ werden für die ganze Grammatik hinzugefügt), Beispiel Lösung für die erste Person:

S –> NP1 VP1

NP1 –> ich

VP1 –> Vi1
VP1 –> Vt1 NPacc
VP1 –> Vd1 NPacc PP

Vi1 –> schlafe
Vt1 –> erschlage
Vd1 –> lege

Für diese Aufgabe, reicht die "Einfache Variante", wichtig ist aber daß die Grammatik nicht übergeneriert: neue Regeln die sicher stellen daß Subjekt und Verb mit einander übereinstimmen (d.h. z.B. S –> NP1 VP1, oder S –> NP1 Vi1) sind notwendig

(b) Erweitern sie obige Grammatik damit sie Ja/Nein-Fragen erzeugen kann, z.B.:

(8) Legt Peter den Stock auf den Tisch?
(9) Schlafe ich?
(10) Erschlägst Du den Lehrer?

Achten Sie auch hier darauf, das die Grammatik nicht übergeneriert.

Lösung:

S –> Vi NPnom
S –> Vt NPnom NPacc
S –> Vd NPnom NPacc PP
S –> Vi1 NP1
S –> Vd2 NP2 NPacc PP

Für jede Verb-typ, (Vi, Vt und Vd) + Kongruenz braucht man ein neue Regel

(c) Wieviele Regeln sind nötig um dieses Fragment (inkl. 1e/2e Person und Ja/Nein-Fragen) mit kontextfreien Regeln zu beschreiben? Wievele zusätzliche Regeln wären nötig damit die Grammatik auch weibliche und neutrale Nomen generieren kann? Bitte kommentieren Sie Ihre Antwort kurz.

Lösung:

Für die einfache Lösung von Aufgabe 3a: 40, für die komplette Lösung: 29 + 2*8 + 3^3 (für die 3 Verb-Typen eine Regel für jede Person): 54.
Mindestens 16 neue Regeln wären nötig: 4 zusätzliche Regeln die NPacc und NPnom zu resp. D_{weib} N_{weib} und D_{neutr} N_{neutr} schreiben (Nominativ und Akkusativ haben die gleiche Form für weibliche und neutrale NPs), 2 Regeln die N_{weib} zu A_{weib} N_{weib} und N_{neutr} zu A_{neutr} N_{neutr} schreiben, 2 Regeln für die beide Artikel (weiblich nom/acc und neutral nom/acc), 2*3 Regeln für die neutrale/weibliche Form der Adjektiven, plus mindestens 2 Regeln die ein neutrales und ein weibliches Nomen introduzieren. **Wichtig ist hier einzusehen daß man für ähnliche Strukturen (NP –> Det (Adj) N), mehrere Regeln braucht, damit Kasus und Genus übereinstimmen.**

Menge

1. Überlegen Sie ob folgende Beispiele Mengen (Sets) beschreiben:
   (a) {a, b, a, c, d}
   (b) {a, b, fünf, ja, x, 9, &}
   (c) große Menschen (Tall people)
   (d) Wahlberechtigte in Deutschland
   (e) Ein Teeservice

   Begründen Sie eventuelle negative Antworten. ändern Sie anschließend die entsprechenden Beispiele so, dass man sie doch noch als Mengen interpretieren kann.

Lösung Menge

1. (a) (Achtung!) ist eine Menge von 4 Elementen
   (b) ist eine Menge
   (c) keine Menge: “groß” ist nicht exakt definiert, eine Menge wäre z.B. Menschen grösser als 1m80

(d) ist eine Menge

(e) Wenn man davon ausgeht dass ein Teeservice mehrere gleiche Tassen und Untertassen enthält, ist es keine Menge, sondern eine *Multimenge* oder "*bag*".

Merkmalstrukturen und Featuregraphen

1. Überführen Sie die folgende Merkmalstruktur in die äquivalente Notation mit Pfadgleichungen:

$$\begin{bmatrix} \text{a:} & \begin{bmatrix} \text{g:} & \text{K} \\ \text{d:} & \boxed{2}\begin{bmatrix}\text{f} \ \boxed{1} \ \text{I}\end{bmatrix}\end{bmatrix} \\ \text{b:} & \boxed{1} \\ \text{c:} & \begin{bmatrix}\text{e:} & \boxed{2} \\ \text{h:} & \boxed{1}\end{bmatrix} & \end{bmatrix}$$

Lösung:

$< a : g > = \text{K}$
$< a : d : f > = \text{I}$
$< a : d : f > = < b >$
$< a : d : f > = < c : h >$
$< c : e > = < a : d >$

2. Zeichnen Sie den korrespondierenden Featuregraphen für folgende Pfadgleichung:

$< a : b > = +$
$< e : a : c > = +$
$< e : a : b > = \text{-}$
$< a : b > = < a : c : d >$
$< e : a : c > = < e : d >$