

# Musterlösungen zum 3. Übungsblatt

Sebastian Padó

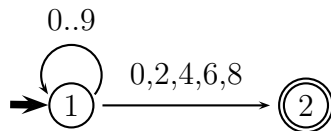
16. Dezember 2005

Für fast alle Aufgaben mehr als eine Möglichkeit, sie zu lösen – daher können die Lösungen hier nur repräsentativ für die Menge richtiger Antworten stehen.

## Notation

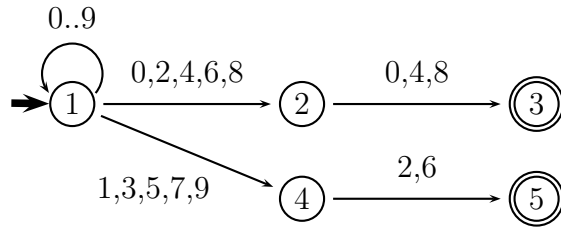
- Startzustände werden durch einen dicken Pfeil markiert:  $\rightarrow \textcircled{S}$
- Endzustände werden durch Doppelkreise markiert:  $\textcircled{\textcircled{E}}$

## Aufgabe 1a



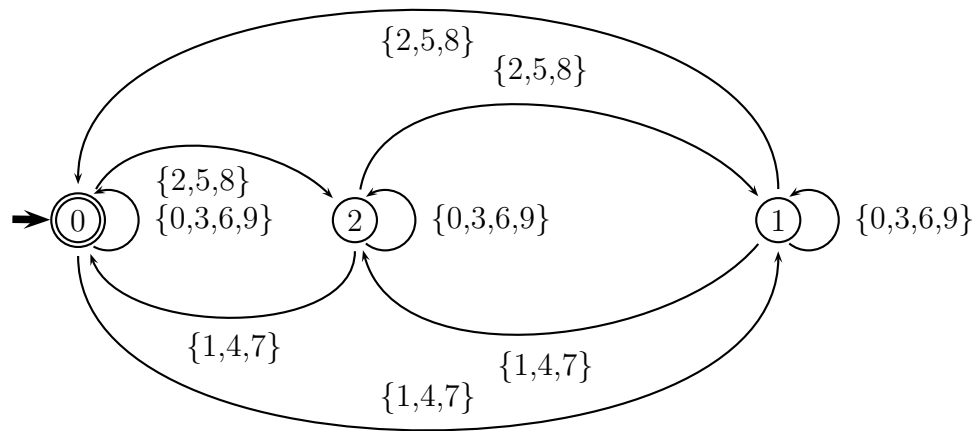
Eine Zahl ist durch zwei teilbar, wenn ihre letzte Ziffer durch zwei teilbar ist. Da der Automat nichtdeterministisch ist, genügt, es wenn es eine akzeptierende Berechnung gibt, d.h. wenn der Automat im richtigen Moment „rät“, daß als nächstes die letzte Ziffer kommt und den Pfad nach Zustand 2 wählt.

## Aufgabe 1b



Eine Zahl ist durch vier teilbar, wenn ihre letzten beiden Ziffern eine durch vier teilbare Zahl ergeben. Eine zweistellige Zahl ist durch vier teilbar, wenn sie entweder mit einer geraden Ziffer beginnt und die zweite Ziffer ein Vielfaches von vier ist (oberer Zweig), oder wenn sie mit einer ungeraden Ziffer beginnt und die zweite Ziffer durch vier mit Rest zwei teilbar ist (unterer Zweig).

## Aufgabe 1c



Durch 3 teilbare Zahlen: Quersumme ist durch 3 teilbar. Das wiederum ist der Fall, wenn man nach der letzten Ziffer den Rest null (beim Teilen durch drei) hat. Es genügt also, sich bei jeder gelesenen Ziffer zu merken, wie sich der Rest (beim Teilen durch drei) verändert. Die drei Zustände entsprechen genau dem aktuell „aufgelaufenen“ Rest bei Division durch drei. Zustand null ist akzeptierend. Man erreicht z.B. Zustand 2 aus Zustand 0, wenn man Ziffern liest, die den Rest um 2 erhöhen (2,5,8).

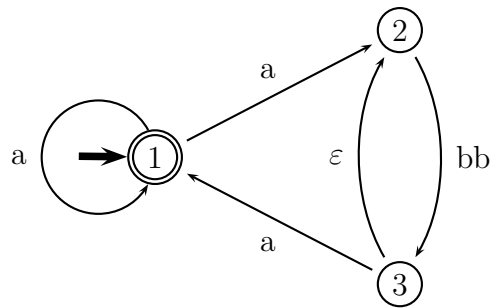
## Aufgabe 2a

Der Automat akzeptiert alle Zeichenketten aus  $as$  und  $bs$ , die eine beliebige Anzahl von  $as$  enthalten.  $bs$  dürfen nur in Blöcken mit einer geraden Anzahl von  $bs$  vorkommen und dürfen nicht am Anfang oder Ende des Wortes stehen. Zwischen  $b$ -Blöcken müssen jeweils mindestens zwei  $as$  stehen (oder keins).

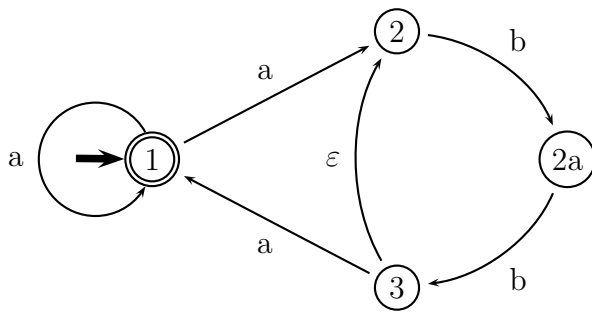
(“Gerade Anzahl von  $bs$ ” alleine genügt nicht, weil  $ababa$  auch eine gerade Anzahl von  $bs$  hat, aber die  $b$  nicht paarweise vorkommen.)

## Aufgabe 2b

Der Automat:



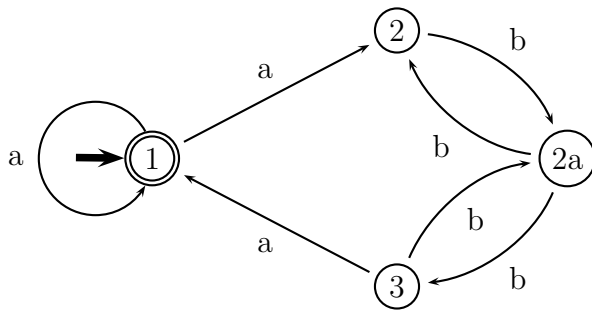
**Schritt 1: Mehrsymbolkanten eliminieren.** Für jede Kante, die mit einer Symbolkette der Länge  $> 1$  beschriftet ist, werden Zwischenzustände eingeführt, sodass die entstehenden Kanten alle nur einzelne Symbole tragen.



**Schritt 2:  $\varepsilon$ -Kanten eliminieren.** Für  $\varepsilon$ -Kanten von  $a$  nach  $b$  füge folgende neuen Kanten hinzu:

- Für jede Kante von  $a'$  nach  $a$ : Eine Kante von  $a'$  nach  $b$  mit demselben Label (entspricht dem Übergang erst über die alte Kante von  $a'$  nach  $a$ , dann über die  $\varepsilon$ -Kante von  $a$  nach  $b$ )
- Für jede Kante von  $b$  nach  $b'$ : Eine Kante von  $a$  nach  $b'$  mit demselben Label (entspricht dem Übergang erst über die  $\varepsilon$ -Kante von  $a$  nach  $b$ , dann über die alte Kante von  $b$  nach  $b'$ )

Bemerkung: Man kann Schritte 1 und 2 auch vertauschen – das Resultat ist ein äquivalenter Automat, der unter Umständen aber komplizierter sein kann (nicht empfohlen).



**Schritt 3: Konstruktion des Potenzautomaten.** Konstruiere eine Tabelle für die Frage: “In welche Menge von Zuständen des NEA könnte ich übergehen, wenn ich mich in einem Zustand aus der Menge der aktuellen Zustände des NEA befinde, und ein Eingabesymbol lese?”. Beginne mit dem Startzustand des NEA als der Menge der aktuellen Zustände. Eine “Menge der aktuellen Zustände des NEA” entspricht genau einem Zustand des DEA. Ein DEA-Zustand ist ein Endzustand, wenn einen NEA-Endzustand enthält.

- Startzustand:  $s=\{1\}$

- Kanten:

	a	b
$\{1\}$	$\{1, 2\}$	$\emptyset$
$\{1, 2\}$	$\{1, 2\}$	$\{2a\}$
$\{2a\}$	$\emptyset$	$\{2, 3\}$
$\{2, 3\}$	$\{1\}$	$\{2a\}$

- Endzustände:  $\{\{1\}, \{1,2\}\}$

