

Musterlösungen zum 6. Übungsblatt

Sebastian Padó

7. Februar 2003

1 Kontextfreie Grammatiken

1.1 Grammatik für Nominalphrasen

Das Startsymbol der Grammatik ist NP. Die Ableitungsregeln der Grammatik sind wie folgt:

$$\text{NP} \rightarrow \text{NP} \quad (\text{PP}) \quad (1)$$

$$\text{NP} \rightarrow \text{ART} \quad \text{AP} \quad \text{NN} \quad (2)$$

$$\text{AP} \rightarrow \text{AP} \quad (\text{GPRT}^*) \quad \text{ADJA} \quad (3)$$

$$\text{PP} \rightarrow \text{APPR} \quad \text{NP} \quad (4)$$

Diese Grammatik beschreibt im großen und ganzen nur den Automaten aus Übung 3, Aufgabe 4a. NPs sind Nominalphrasen. Zeile 1 legt fest, daß Nominalphrasen optionale, nachgestellte Präpositionphrasen besitzen können. Zeile 2 beschreibt, daß Nominalphrasen aus einem Artikel, einer Adjektivphrase (AP) und einem Nomen bestehen können. Zeile 3 gibt an, daß eine Adjektivphrase eine andere Adjektivphrase enthalten kann, dann einen oder mehrere Gradpartikel und am Ende ein attributives Adjektiv. Präpositionalphrasen, wie in Zeile 4 beschrieben, bestehen aus einer Präposition und einer NP.

Für den erweiterten Automaten aus (3.4b) kommen noch zwei Regeln dazu:

$$\text{NP} \rightarrow \text{PPER} \quad (5)$$

$$\text{NP} \rightarrow \text{NE} \quad (6)$$

Eigennamen und Personalpronomen stellen damit vollständige Nominalphrasen dar.

1.2 Ableitungen

Bedürfen wahrscheinlich keiner Beispiele.

1.3 Grammatikprobleme

Probleme mit künstlichen Grammatik fallen in zwei Kategorien: Erstens Sätze, die von der künstlichen Grammatik erzeugt werden, aber im Deutschen nicht grammatisch sind. Im aktuellen Fall ist das z.B.:

- Die Grammatik achtet nicht auf Numerus-Kongruenz: Man kann ein Plural-Subjekt mit einem Singular-Verb kombinieren: *Die Studenten schläft.*
- Die Grammatik achtet nicht auf Kasus: Man kann Subjekte im Akkusativ verwenden: *Den Mann singt.*

Das umgekehrte Problem sind Konstruktionen im Deutschen, die von der Grammatik nicht erzeugt werden können. Beispiele hierfür sind:

- Abgetrennte Verbpräfixe: *Ich laufe herum.*
- Invertierte Wortstellung wie bei Imperativen: *Machen Sie das.*
- Eingebettete Nebensätze: *Er schläft, weil er müde ist.*
- Postpositionen: *Er friert der Kälte wegen.*
- Ditransitive Verben: *Er gibt dem Vater das Buch.*

2 Kontextfreie Grammatik für die Spiegelsprache

Startsymbol ist S. Ableitungsregeln:

$$S \rightarrow a \quad S \quad a \quad (7)$$

$$S \rightarrow b \quad S \quad b \quad (8)$$

$$S \rightarrow c \quad (9)$$

Durch diese Regeln werden Wörter immer von außen nach innen aufgebaut, und man kann immer wahlweise entweder a's oder b's einfügen. Am Ende muß in der Mitte ein c stehen.

2.1 Beweis der Kontextfreiheit

Zur Erinnerung: Das Pumping-Lemma besagt, daß jedes (genügend lange) Wort einer reguläre Sprache einen Teil enthält, den man wiederholen kann, sodaß das Wort immer noch in der Sprache ist. Um zu zeigen, daß eine Sprache nicht regulär ist, genügt es also, zu zeigen, daß dieser Teil nirgendwo in so einem Wort untergebracht werden kann. Wir nehmen an, wcw^R sei ein genügend langes Wort. Dann kann man folgende Fallunterscheidung treffen:

- Der wiederholbare Teil liegt ganz in w . Wenn man ihn wiederholt, ist w^R aber nicht mehr das Spiegelbild von w . Also kann der wiederholbare Teil nicht in w sein.
- Der wiederholbare Teil ist c . Wenn man aber c wiederholt, gibt es zwei c in dem Wort: $wccw^R$. Egal ob man das überzählige c w oder w^R zuschlägt, w^R kann nicht mehr das Spiegelbild von w sein. Also kann der wiederholbare Teil nicht c sein.

- Der wiederholbare Teil ist ein Teil von w plus c . Wenn man diesen Teil wiederholt, befinden sich zwei auseinanderliegende c s in dem Wort. Da $w, w^R \in \{a, b\}^*$, ist das entstehende Wort nicht mehr in der Sprache. Also kann der wiederholbare Teil nicht in wc sein.
- Der wiederholbare Teil ist wc plus einem Teil von w^R . Mit derselben Argumentation wie beim letzten Punkt kann ein durch Wiederholung entstehendes Wort nicht in der Sprache sein.
- Der wiederholbare Teil ist cw^R oder liegt in w^R . Diese Fälle ergeben sich per Symmetrie aus den ersten beiden Fällen.

Da es also keine Möglichkeit gibt, Teile des Wortes einfach zu wiederholen und immer noch in der Sprache zu bleiben, kann die Sprache nicht regulär sein.

3 Aussagenlogik-Grammatik, einfache Version

$$S \rightarrow (S \rightarrow S) \quad (10)$$

$$S \rightarrow (S \equiv S) \quad (11)$$

$$S \rightarrow (\neg S) \quad (12)$$

$$S \rightarrow (S \vee S) \quad (13)$$

$$S \rightarrow (S \wedge S) \quad (14)$$

$$S \rightarrow p, q, r \quad (15)$$

Die Grammatik kommt mit einem Nonterminal aus, weil sie Klammern verwendet. Damit wird sichergestellt, daß jede Formel die intendierte Interpretation erhält.

4 Aussagenlogik-Grammatik, schwierige Version

Schwierig wird es, wenn man die Klammern wegläßt. Dann kommt es mit einer einfachen Grammatik wie oben nämlich dazu, daß Ableitungen entstehen, die nicht die intuitive Interpretation haben. Das Beispiel aus der Ausgabe, $p \wedge q \rightarrow r$, hat zum Beispiel in einer naiven Grammatik zwei Ableitungen:



Da aber \wedge stärker bindet als \rightarrow , ist die linke Ableitung falsch. Um solche Ableitungen zu vermeiden, verwendet man eine stratifizierte Grammatik, die die verschiedenen stark bindenden Operatoren in verschiedenen Stufen verwendet. Sei T das Startsymbol. Dann werden zunächst die

schwach bindenden Operatoren verwendet:

$$T \rightarrow T \rightarrow T \quad (16)$$

$$T \rightarrow T \equiv T \quad (17)$$

$$T \rightarrow S \quad (18)$$

Die letzte Regel ist dann der Übergang zu der zweiten Schicht:

$$S \rightarrow \neg S \quad (19)$$

$$S \rightarrow S \vee S \quad (20)$$

$$S \rightarrow S \wedge S \quad (21)$$

$$S \rightarrow p, q, r \quad (22)$$

$$S \rightarrow (T) \quad (23)$$

Die letzte Regel besagt, daß man Klammern verwenden muß, wenn man schwächer bindende Operatoren in einem stärker bindenden Kontext verwendet.