

Vorlesung: Einführung in die Semantik

Übungsblatt 8

Die folgenden Abkürzungen für Konstante und Variable für IL werden verwendet:

Typ	Variable	Konstante
e	x, y, z	$j, d, m, n, 0, 1, 2, \dots$
$\langle s, e \rangle$	r	-
$\langle e, t \rangle$	X, Y	walk', B, M
$\langle \langle s, e \rangle, t \rangle$	Q	rise', change'
$\langle s, \langle e, t \rangle \rangle$	P	-
$\langle e, e \rangle$	-	Sq
$\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$	R	Gr, K, L
$\langle s, t \rangle$	p	-
$\langle e, \langle e, e \rangle \rangle$	-	Plus

8.1 Berechne den Typ für jeden der folgenden Ausdrücke:

- | | |
|---------------------------------------|---|
| 1. walk'(j) | 9. $\lambda x[\text{Sq}(x)]$ |
| 2. change'(^j) | 10. $\sim[\lambda x[\text{Gr}(3)(x)]]$ |
| 3. $\lambda x[\text{walk}'(x)]$ | 11. $\lambda p[\sim p = \square \text{rise}'(^j)]$ |
| 4. $\lambda r[\text{rise}'(r)]$ | 12. $\lambda x[\lambda p[\sim p = \text{change}'(^x)]]$ |
| 5. $\lambda Q[Q = \text{rise}']$ | 13. $\sim r$ |
| 6. $\lambda P[P = \sim \text{walk}']$ | 14. $\sim \text{rise}'$ |
| 7. $\sim P(^j)$ | 15. $\lambda x[R(x)(\text{Sq}(x))]$ |
| 8. $\lambda P[\sim P(j)]$ | |

8.2 Bestimme für jedes der folgenden Formelpaare, ob sie logisch äquivalent sind. Wenn nicht, gib eine Modellstruktur an, in der die beiden Formeln unterschiedliche Werte annehmen (partielle Spezifikation der Modellstruktur reicht).

- | | |
|--|---|
| (i) j | $\sim j$ |
| (ii) $B(j)$ | $\lambda x[B(x)](j)$ |
| (iii) $\square B(m)$ | $\lambda x[\square B(x)](m)$ |
| (iv) $\lambda P[\sim P(j)](^{\sim} \text{walk}')$ | walk'(j) |
| (v) $\exists r \text{ walk}'(^r)$ | $\exists x \text{ walk}'(x)$ |
| (vi) $\exists r \text{ change}'(r)$ | $\exists x \text{ change}'(^x)$ |
| (vii) $L(j)(m)$ | $L(m, j)$ |
| (viii) $\lambda x[\lambda y[\text{Gr}(y, x)](3)](2)$ | $\lambda x[\lambda y[\text{Gr}(y, x)]](3)(2)$ |
| (ix) $\lambda p[\square \sim p](^{\sim} \text{change}'(^m))$ | $\square \text{change}'(^m)$ |
| (x) $\lambda P[\sim P(m)](^{\sim} \lambda x[\text{walk}'(x)])$ | walk'(m) |
| (xi) $\lambda Q[Q(^m)](\lambda r[\text{change}'(r)])$ | change'(^m) |
| (xii) $\lambda X[X(m)](\lambda x[\text{walk}'(x)])$ | walk'(m) |

8.3 Berechne mindestens für (iii), (v) und (vi) von Aufgabe 8.2 den Wert explizit, relativ zu einer Modellstruktur M, einer Welt w, einem Zeitpunkt t und einer Belegung h.

8.4 In IL gilt, dass

$\sim \alpha$ und α logisch äquivalent sind, $\sim \sim \alpha$ und α nicht.

Verifiziere (durch Interpretation) die Äquivalenz im ersten Fall, und gib für den zweiten Fall ein Gegenbeispiel an!