

Vorlesung: Einführung in die Semantik

Übungsblatt 8

Die folgenden Abkürzungen für Konstante und Variable für IL werden verwendet:

Typ	Variable	Konstante
e	$x, y, z$	$j, d, m, n, 0, 1, 2, \dots$
$\langle s, e \rangle$	$r$	-
$\langle e, t \rangle$	$X, Y$	walk', B, M
$\langle \langle s, e \rangle, t \rangle$	$Q$	rise', change'
$\langle s, \langle e, t \rangle \rangle$	$P$	-
$\langle e, e \rangle$	-	Sq
$\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$	$R$	Gr, K, L
$\langle s, t \rangle$	$p$	-
$\langle e, \langle e, e \rangle \rangle$	-	Plus

8.1 Berechne den Typ für jeden der folgenden Ausdrücke:

- |                                       |   |
|---------------------------------------|---|
| 1. walk'(j)                           | 9. $\lambda x[\text{Sq}(x)]$                            |
| 2. change'(^j)                        | 10. $\sim[\lambda x[\text{Gr}(3)(x)]]$                  |
| 3. $\lambda x[\text{walk}'(x)]$       | 11. $\lambda p[\sim p = \square \text{rise}'(^j)]$      |
| 4. $\lambda r[\text{rise}'(r)]$       | 12. $\lambda x[\lambda p[\sim p = \text{change}'(^x)]]$ |
| 5. $\lambda Q[Q = \text{rise}']$      | 13. $\sim r$  |
| 6. $\lambda P[P = \sim \text{walk}']$ | 14. $\sim \text{rise}'$                                 |
| 7. $\sim P(^j)$                       | 15. $\lambda x[R(x)(\text{Sq}(x))]$                     |
| 8. $\lambda P[\sim P(j)]$             |   |

8.2 Bestimme für jedes der folgenden Formelpaare, ob sie logisch äquivalent sind. Wenn nicht, gib eine Modellstruktur an, in der die beiden Formeln unterschiedliche Werte annehmen (partielle Spezifikation der Modellstruktur reicht).

- |  |   |
|--|---|
| (i) $j$  | $\sim j$                                      |
| (ii) $B(j)$  | $\lambda x[B(x)](j)$                          |
| (iii) $\square B(m)$   | $\lambda x[\square B(x)](m)$                  |
| (iv) $\lambda P[\sim P(j)](^{\sim} \text{walk}')$              | walk'(j)                                      |
| (v) $\exists r \text{ walk}'(^r)$                              | $\exists x \text{ walk}'(x)$                  |
| (vi) $\exists r \text{ change}'(r)$                            | $\exists x \text{ change}'(^x)$               |
| (vii) $L(j)(m)$  | $L(m, j)$                                     |
| (viii) $\lambda x[\lambda y[\text{Gr}(y, x)](3)](2)$           | $\lambda x[\lambda y[\text{Gr}(y, x)]](3)(2)$ |
| (ix) $\lambda p[\square \sim p ](^{\sim} \text{change}'(^m))$  | $\square \text{change}'(^m)$                  |
| (x) $\lambda P[\sim P(m)](^{\sim} \lambda x[\text{walk}'(x)])$ | walk'(m)                                      |
| (xi) $\lambda Q[Q(^m)](\lambda r[\text{change}'(r)])$          | change'(^m)                                   |
| (xii) $\lambda X[X(m)](\lambda x[\text{walk}'(x)])$            | walk'(m)                                      |

8.3 Berechne mindestens für (iii), (v) und (vi) von Aufgabe 8.2 den Wert explizit, relativ zu einer Modellstruktur M, einer Welt w, einem Zeitpunkt t und einer Belegung h.

8.4 In IL gilt, dass

$\sim \alpha$  und  $\alpha$  logisch äquivalent sind,  $\sim \sim \alpha$  und  $\alpha$  nicht.

Verifiziere (durch Interpretation) die Äquivalenz im ersten Fall, und gib für den zweiten Fall ein Gegenbeispiel an!