

Vorlesung: Einführung in die Semantik

Übungsblatt 5

5.1 Dies ist die Hans-Peter-Maria-Modellstruktur, bei der Zeitpunkte als Welten reinterpretiert wurden

	w ₁	w ₂	w ₃
Hans	<i>H.</i>	<i>H.</i>	<i>H.</i>
Peter	<i>P.</i>	<i>P.</i>	<i>P.</i>
Maria	<i>M.</i>	<i>M.</i>	<i>M.</i>
der Präsident	<i>H.</i>	<i>H.</i>	<i>P.</i>
schläft	{ <i>H.,P.,M.</i> }	{ <i>H.,M.</i> }	{ <i>P.</i> }
es regnet	1	0	0

Berechne in dieser Modellstruktur die Werte der folgenden Aussagen für alle $w \in W$

- (a) $\forall x (\diamond \text{ schläft}(x) \rightarrow \text{schläft}(x))$
- (b) $\Box \exists x \text{ schläft}(x)$
- (c) $\exists x \Box \text{ schläft}(x)$
- (d) $\Box \text{ schläft}(\text{der-Präsident})$

5.2 Welche der Aussagen unter 5.1 können ihren Wahrheitswert von Welt zu Welt ändern, welche nicht?

5.3 Zeige die Gültigkeit der folgenden Formeln in L_{PM} :

- (a) $\Box A \rightarrow \Box \Box A$
- (b) $A \rightarrow \Box \diamond A$
- (c) $\diamond A \rightarrow \Box \diamond A$

5.4 Im folgenden ist eine schematische Modellstruktur für L_{PMT} dargestellt.

h	t ₁	t ₂	t ₃	p	t ₁	t ₂	t ₃	m	t ₁	t ₂	t ₃
w ₁	a	a	a	w ₁	b	b	b	w ₁	c	c	c
w ₂	a	a	a	w ₂	b	b	b	w ₂	c	c	c

dp	t ₁	t ₂	t ₃	S	t ₁	t ₂	t ₃
w ₁	a	b	c	w ₁	{a,b}	{a,c}	{b,c}
w ₂	c	c	b	w ₂	{a,b,c}	{a}	{a,b}

Berechne den Wahrheitswert der folgenden Aussagen für w_1 und t_2 :

- (a) $\forall x Sx$
- (b) $\mathbf{F}\forall x Sx$
- (c) $\diamond \mathbf{F}\forall x Sx$
- (d) $\mathbf{F}\diamond \forall x Sx$

5.5 (a) Definiere den Begriff der Modellstruktur für die temporale Prädikatenlogik mit vorwärtsverzweigender Zeit (L_{PT} ; Eigenschaften der Relation $<$ angeben!).

(b) Nimm an, daß die Zeitoperatoren wie in L_{PT} definiert sind. Finde Beispiele für Formeln, die L_{PT} -gültig, aber nicht L_{PT} -gültig sind. Gibt es auch den umgekehrten Fall? Begründung!

(c) Charakterisiere die Eigenschaft der eindeutigen (nicht-verzweigenden) Vergangenheit durch ein Axiom.

(d) Die beiden Futur-Operatoren \mathbf{F} und \mathbf{G} sind in L_{PT} nicht geeignet, die intuitive Semantik des einfachen Futur wiederzugeben. \mathbf{F} ist zu schwach, \mathbf{G} ist zu stark. Versuche, einen Operator \mathbf{E} zu definieren (durch Angabe der Interpretationsregel für EA), der ausdrückt, daß ein Sachverhalt irgendwann eintreten wird.