

Vorlesung: Einführung in die Semantik

Übungsblatt 4

4.1 Berechne für die Hans-Peter-Maria-Modellstruktur (Skript, Vorlesung) die Wahrheitswerte der folgenden Aussagen, und zwar für alle drei Zeitpunkte aus T!

- (a) $\forall x (\text{schläft}(x) \rightarrow \text{schläft}(\text{hans}))$
- (b) $\forall x (\mathbf{F}\text{schläft}(x) \rightarrow \mathbf{P}\text{schläft}(x))$

4.2 Die Formeln $\mathbf{F}FA \rightarrow \mathbf{F}A$ und $\mathbf{P}PA \rightarrow \mathbf{P}A$ sind gültig in L_{PT} . Zeige, daß die Umkehrungen der beiden Formeln nicht gültig sind! (z.B. durch Angabe einer geeigneten Modellstruktur)

- 4.3 (a) Zeige, daß die Formel $\mathbf{F}PA \rightarrow \mathbf{P}A \vee A \vee \mathbf{F}A$ in L_{PT} gültig ist!
- (b) Gilt die Umkehrung auch? Begründung!

4.4 Zeige, daß (a) und (b) in L_{PT} äquivalent sind!

- (a) $\mathbf{F}A \wedge \mathbf{F}B$
- (b) $\mathbf{F}(A \wedge B) \vee \mathbf{F}(\mathbf{F}A \wedge B) \vee \mathbf{F}(A \wedge \mathbf{F}B)$

4.5 Welche Folgerungs-/Äquivalenzbeziehungen bestehen zwischen den drei folgenden L_{PT} -Formeln?

- (a) $\mathbf{P}\forall x (Gx \vee Hx)$
- (b) $\forall x \mathbf{P} (Gx \vee Hx)$
- (c) $\forall x (\mathbf{P}Gx \vee \mathbf{P}Hx)$

4.6 Wie kann die Definition der Modellstruktur für L_{PT} so eingeschränkt werden, daß (a), (b) und (c) gültig werden (die Umkehrungen der Implikationen in 4.2 und 4.3)?

- (a) $\mathbf{F}A \rightarrow \mathbf{F}FA$
- (b) $\mathbf{P}A \rightarrow \mathbf{P}PA$
- (c) $\mathbf{P}A \vee A \vee \mathbf{F}A \rightarrow \mathbf{F}PA$