

Mathematische Methoden der Computerlinguistik III:  
Statistische Methoden  
Sommersemester 2015  
Matt Crocker, Enrico Lieblang  
Übung 3, 26.5.2015

---

Es gibt 30 Punkte für dieses Übungsblatt.

1. Aufgabe ( 6 Punkte)

Zur Durchführung eines Forschungsprojektes werden Studierende der Computerlinguistik gesucht. Es sind 10 Prozent der Studierenden hierfür geeignet. Ein Vorstellungsgespräch dauert 30 Minuten. Gehen Sie davon aus, dass genügend viele Bewerber zur Verfügung stehen und daher die Auswahl zu einem Vorstellungsgespräch als Ziehen ohne Zurücklegen betrachtet werden kann.

(a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird die erste geeignete Studierende im  $i$ -ten Vorstellungsgespräch gefunden  $i = 1, 2, 3, \dots$

(b) Mit welchem Zeitaufwand muss im Mittel gerechnet werden, eine geeignete Studierende zu finden?

Benutzen Sie folgende Formel:  $\sum_{i=1}^{\infty} i \cdot q^i = \frac{q}{(1-q)^2}$  für  $|q| < 1$

(c) Man gebe die Verteilungsfunktion sowie die Wahrscheinlichkeitsfunktion der gefundenen Zufallsvariablen an.

2. Aufgabe (4 Punkte)

Die Chance, bei einer Bewerbung zu einem Vorstellungsgespräch eingeladen zu werden, betrage 20 Prozent. Wie viele Bewerbungsschreiben muss man absenden, damit die Wahrscheinlichkeit, mindestens zu einem Vorstellungsgespräch eingeladen zu werden, 95 Prozent beträgt?

3. Aufgabe (6 Punkte)

$X$  sei eine  $N(5, 9)$  verteilte Zufallsvariable. Man ermittle pro Aufgabenteil jeweils eine Konstante  $c$  mit:

(a)  $P(X > c) = 0,75$

(b)  $P(|X - 5| < c) = 0,95$

4. Aufgabe Zweidimensionale Zufallsvariable (8 Punkte)

Die beiden Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$  mögen folgende gemeinsame Verteilung besitzen.

Y	1	2	3	4	5
X					
1	0,03	0,04	0,1	0,02	0,01
2	0,02	0,01	0,03	0,02	0,02
3	0,02	0,06	0,2	0,1	0,02
4	0,02	0,01	0,04	0,03	0,1
5	0,01	0,01	0,02	0,03	0,03

- Geben Sie die Randverteilungen der beiden Zufallsvariablen an. (2 Punkte)
  - Geben Sie den Erwartungswert von  $X$  an. (2 Punkte)
  - Mit welcher Wahrscheinlichkeit nehmen  $X$  und  $Y$  gemeinsam Werte größer gleich 4 an? (2 Punkte)
  - Sind die beiden Zufallsvariablen unabhängig? (1 Punkt)
  - Geben Sie die bedingte Verteilung von  $X$  für  $Y=2$  an. (3 Punkte)
5. Aufgabe (2+2+2=6 Punkte)

In Urne A seien 2 weiße, in Urne B 4 rote Kugeln. Bei jedem Schritt eines Experimentes werde jeder Urne eine Kugel entnommen und in die jeweils andere Urne gelegt. Es seien  $X_n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) die Anzahl der roten Kugeln in Urne A nach  $n$  Schritten. Das Experiment kann als Markovmodell angesehen werden.

- Geben Sie die Anfangsverteilung des Modells an.
- Bestimmen Sie die Übergangsmatrix des Modells.
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind nach 3 Schritten 2 rote Kugeln in Urne A?